МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И. РАЗЗАКОВА

ФАКУЛЬТЕТ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ МАГИСТРАТУРЫ

Кафедра «Прикладная математика и информатика»

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ВШМ, к. т.н.

____
(факультет/институт)

______________ Омуров Ж.М
(подпись)

«__12__» ______________ 202_2_ г.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

ПО ДИСЦИПЛИНЕ
М.2.П.2. «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»

510200 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
(код, название)

Направление:	510200 Прикладная математика и информатика
Профиль:	Математическое моделирование
Квалификация:	Магистр
Форма обучения:	Очная

Бишкек 2022 г.

Лист согласования

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Прикладная математика и информатика» разработан в соответствии с требованиями ГОС ВПО по подготовке магистров и предназначен для магистрантов, обучающихся по направлению 510200 Прикладная математика и информатика профилю «Математическое моделирование».

Составитель: к.ф.-м.н., доцент Осмонов К.Т.

Процесс рассмотрения и утверждения УМКД	№ протокола	Подписи (печать)
Учебно-методический комплекс дисциплины рассмотрен на заседании кафедры ПМИ ИИТ (наименование учебного подразделения)	протокол № 1 от «16» сент. 2022 г.	Зав. профилирующей кафедры: (подпись) Джаманбаев М.Дж.
*Учебно-методический комплекс дисциплины рассмотрен на заседании кафедры ___ (наименование учебного подразделения)	протокол №___ от «___» ___ 2022 г.	Зав. непрофилирующей кафедры: ___
Учебно-методический комплекс дисциплины одобрен руководителем ООП по направлению___ (наименование учебного подразделения)	Дата: 16.09.2022	Руководитель ООП: (подпись) Ф.И.О. Джаманбаев М.Дж.
Учебно-методический комплекс дисциплины согласован на заседании Учебно-методической комиссии факультета/института ИИТ (наименование учебного подразделения)	протокол № 1 от «19» окт. 2022 г.,	Председатель УМК: (подпись) Ф.И.О. Зопкова Е.П.
**Учебно-методический комплекс дисциплины согласован (или обсуждался/рецензирован) ___ (указать наименование предприятия/учреждения/организации)	Дата: согласования/обсуждения/рецензия	(должность)___ (подпись) Ф.И.О.___

*УМК дисциплины непрофилирующей кафедры обязательно согласовывается с выпускающей кафедрой, реализующей соответствующее направление/специальность

**УМК должен пройти согласование или обсуждение на соответствие требованиям заинтересованных сторон (отраслевой совет, «круглый стол», совещание, заседание кафедры/методический совет с представителями производства, рецензирование (рецензия должна быть приложена) и др.)

п/п	название раздела УМКД	изменений/дополнений в УМКД	изменений	протокола заседания кафедры	преподавателя, зав. кафедрой

Содержание УМКД

Разделы		стр

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И. РАЗЗАКОВА

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. И. РАЗЗАКОВА

ВЫСШАЯ ШКОЛА МАГИСТРАТУРЫ

Кафедра «Прикладная математика и информатика»

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ВШМ
к.т.н., доц. Омуров Ж.М.
____
(подпись)
«____»________________ 202_ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

М.2.П.2. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

(код, название)

Направление:	Прикладная математика и информатика	
Профиль:	Математическое моделирование	
Квалификация:	Магистр	
Форма обучения:	очная	
Семестр	2	
Всего кредитов	5 кредит	150 часов
Лекции	1 кредит	32 часа
Лабораторных	0,5 кредит	16 часов
СРС	3,5 кредит	102 часа

Бишкек 2022 г.

Лист согласования

Рабочая программа по дисциплине «**Численные методы решения задач математической физики**» разработана в соответствии с требованиями ГОС ВПО по подготовке магистрантов, обучающихся по направлению Математическое моделирование профилю/программе Прикладная математика и информатика.

Составитель: к.ф.-м.н., доцент Осмонов К.Т.

Процесс рассмотрения и утверждения РПД	№ протокола	Подписи (печать)
Рабочая программа дисциплины рассмотрена на заседании кафедры________________________ ___________________________ (наименование учебного подразделения)	протокол № 1 от « 16 » сент. 2022 г.	Зав. профилирующей кафедры: ___________________________ (подпись) Ф.И.О. Джаманбаев М.Дж.
*Рабочая программа дисциплины рассмотрена/согласована на заседании кафедры________________________ ___________________________ (наименование учебного подразделения)	протокол №____ от «_____» __________ 202__ г.	Зав. не/профилирующей кафедры: ___________________________ Ф.И.О.____________________
Рабочая программа дисциплины одобрена руководителем ООП по направлению_____________________ ___________________________ (наименование учебного подразделения)	Дата: 16.09.2022	Руководитель ООП: ___________________________ (подпись) Ф.И.О. Джаманбаев М.Дж.
Рабочая программа дисциплины согласована на заседании Учебно-методической комиссии факультета/института ___________________________ (наименование учебного подразделения)	протокол № 1 от « 19 » окт. 2022 г.,	Председатель УМК: ___________________________ (подпись) Ф.И.О. Зенкова Е.Н.
**Рабочая программа дисциплины согласована (или обсуждалась/рецензирована) ___________________________ (указать наименование предприятия/учреждения/организации)	Дата: согласования/ обсуждения/ рецензия	(должность)________________ ___________________________ (подпись) Ф.И.О.____________________

Лист изменений и дополнений в РПД

№ п/п	Номер и название раздела РПД	Описание изменений/дополнений в РПД	Дата изменений	№ протокола заседания кафедры	Подписи (печать) преподавателя, зав. кафедрой

Радел 1. Пояснительная записка

Дисциплина по ГОС ВПО КР «Численные методы решения задач математической физики» является дисциплиной базовой части профессионального цикла.

Дисциплина находится в логической и содержательно-методической взаимосвязи и требует знаний умений, навыков, формируемых в результате изучения дисциплин бакалаврской подготовки – «Высшей математики», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Уравнения математической физики» и др. и необходима как предшествующая, в частности научно-исследовательской практики, НИР.

Цель курса:

- владение магистрантами теорией разнообразных численных методов решения задач математической физики и умения применять численные методы на практике при решении практических задач приводящие к уравнениям математической физики. По заданной задаче магистрант должен выбрать нужный численный метод, разработать алгоритм решения соответствующему методу, написать программу или воспользоваться пакетом прикладных программ, получить опыт решения задач математической физики разного уровня.

Задачи дисциплины:

знать: - основные понятия, идеи, методы, законы, математические модели численных методов;

- основные принципы построения дискретных математических моделей; новые численные методы решения прикладных задач;

уметь: – видеть закономерности в теории численных методов;

– систематизировать численные методы для исследования математических моделей в элементарных и сложных прикладных задачах;

– строить математические модели в рамках численных методов;

– подбирать численные методы для решения классических задач математики, механики, физики;

- сформулировать решаемую задачу;

- выбрать метод её решения и обосновать его применимость в данном случае;

- грамотно пользоваться научной терминологией;

- обосновывать правильность математических выкладок;

– решать типичные задачи механики сплошных сред с использованием численных методов.

владеть: – основными численными методами;

- навыками определения общих форм и закономерностей теории численных методов;

- основами численных методов;

- основными методами численного моделирования при постановке задач математической физики, теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, теории сопротивления материалов;

- навыками анализа полученных результатов и их обоснования;

- фундаментальными знаниями в области математического моделирования, ведущие к соответствующим численным методам решения;

- навыками самостоятельной научно-исследовательской деятельности, требующей широкого образования в соответствующем направлении;

- способностью использовать полученные знания в профессиональной деятельности.

Компетенции:

1**.** Выпускник должен обладать следующими общекультурными компетенциями (ОК):

ОПК-2 Готовность использовать фундаментальные знания в области теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, в будущей профессиональной деятельности;

способностью владения навыками работы с компьютером как средством управления информацией (ОК-11);

способностью использовать в научной и познавательной деятельности, а также в социальной сфере профессиональные навыки работы с информационными и компьютерными технологиями (ОК-14);

способностью работы с информацией из различных источников, включая сетевые ресурсы сети интернет, для решения профессиональных и социальных задач (ОК-15);

2. Выпускник должен обладать профессиональными компетенциями (ПК):

научная и научно-исследовательская деятельность:

способностью демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ПК-1);

способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики и механики, приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ПК-2);

способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат (ПК-3);

способностью в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности (ПК-4);

проектная и производственно-технологическая деятельность:

способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников (ПК-6);

способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам (ПК-7);

способностью решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования (ПК-9);

способностью применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки базы данных, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ, сетевые технологии (ПК-10);

Пререквизиты. Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении дисциплин: «Математический анализ», «Комплексный и функциональный анализ», «Высшая алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальная геометрия и топология», «Дискретная математика», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Численные методы», «Уравнения математической физики».

Постреквизиты. Полученные при изучении данной дисциплины знания, умения и навыки будут использоваться при изучении дисциплин: «Математические моделирования», «Дискретные математические моделирования», «Имитационное моделирование процессов»; проведении производственной практики; подготовке и выполнении магистерской диссертации.

Структура дисциплины «Численные методы решения задач математической физики»

№	Темы лекций и содержание лабораторных занятий	лк	лб	Всего
1	2	3	4	5
	2 семестр, 1 модуль			
1	Введение. Погрешности: модели, метода и вычислений. Абсолютная и относительная погрешности. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки для систем с трехдиагональной матрицей коэффициентов.	1		4
2	Собственные числа и векторы. Поиск коэффициентов характеристического уравнения. Степенной метод. Максимальное по модулю собственное значение. Метод скалярных произведений. Максимальное по модулю собственное значение симметрической матрицы. Решение проблемы собственных значений в среде MatLab.	1	1	4
3	Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Основные методы уточнения корней уравнения. Итерационные методы. Метод простой итерации. Метод Зейделя.	1		4
4	Аппроксимация данных. Среднеквадратическая аппроксимация. Методы обработки экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация: алгебраическими; ортогональными многочленами. Сглаживание табличных функций.	1	1	4
5	Интерполирование функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Конечные разности и их свойства. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов. Уплотнение таблиц функций.	2		4
6	Численное интегрирование. Квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций. Квадратурные формулы: Ньютона–Котеса; Чебышева; Гаусса.	1	1	4
7	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Сеточная задача. Разностные схемы. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений для задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Метод Рунге-Кутта.	2		4
8	Решение сеточной задачи (ОДУ). Метод прогонки для решения (ОДУ). Корректность алгоритма прогонки. Программная реализация и примеры расчетов.	1	1	5

9	Обратные задачи математической физики. Краевые задачи. Стационарные и нестационарные задачи математической физики. Корректные задачи для уравнений с частными производными. Краевая задача для параболического уравнения. Краевая задача для эллиптического уравнения.	1	1	4
10	Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных. Аппроксимация уравнения эллиптического типа. Аппроксимация уравнения гиперболического типа. Аппроксимация уравнения параболического типа.	2	1	5
11	Решение дифференциального уравнения методом конечных разностей. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости методом конечных разностей.	1	1	4
12	Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости при помощи тригонометрических рядов.	2	1	5
	Итого часов по 1 модулю	**16**	**8**	**51**

2 семестр, 2 модуль

1	2	3	4	5
13	Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем. Метод неопределенных коэффициентов для повышения точности аппроксимации разностных схем. Решение задачи Дирихле для уравнения эллиптического типа (Лапласа и Пуассона).	1		4
14	Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем. Примеры разностных схем для задачи Коши. Некоторые основные приемы исследования устойчивости. Спектральный анализ разностной задачи Коши.	1	1	4
15	Методы решения некорректных задач. Метод регуляризации А.Н. Тихонова. Вариационный метод. Сходимость метода регуляризации. Уравнение Эйлера для сглаживающего функционала. Выбор параметра регуляризации.	1		4
16	Выбор в классе априорных ограничений на решение. Методы на основе вариационных принципов. Метод невязки. Итерационные методы решения некорректных задач. Итерационное решение некорректной задачи.	2	1	4

17	Задача продолжения потенциала. Интегральное уравнение. Вычислительная реализация.	1		4
18	Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Нормировка. Базисы переменных. Граничные и начальные условия. Методы дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных.	1	1	4
19	Метод конечных элементов. Аппроксимация базисными функциями. Понятие конечного элемента. Некоторые типичные базисные функции для конечного элемента.	1	1	4
20	Вариационный метод Ритца. Вариационная формулировка задач теории упругости. Примеры решения уравнения теплопроводности. Примеры решения волнового уравнения.	2		5
21	Вариационная постановка краевых задач. Проекционный метод Галёркина.	1	1	4
22	Метод граничных элементов.	1	1	5
23	Задачи с двумя пространственными переменными. Понятия о разностных схемах расщепления. Экономичные разностные схемы. Метод установления. Анализ явной схемы установления.	2	1	4
24	Схема переменных направлений. Итерация с переменным шагом. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.	2	1	5
	Итого часов по 2 модулю	**16**	**8**	**51**
	Итого часов за 2 семестр	**32**	**16**	**102**

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Тематика лекционных занятий

2 семестр, 1 модуль

Лекция 1 Введение. Погрешности: модели, метода и вычислений. Абсолютная и относительная погрешности. Метод прогонки для систем с трехдиагональной матрицей коэффициентов.	Предмет, основные цели и задачи дисциплины. Погрешности: модели, метода и вычислений. Абсолютная и относительная погрешности. Построения математической модели объекта, рассчитанного на использование численного решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки для систем с трехдиагональной матрицей коэффициентов. Анализ выходных процессов и алгоритм решения задачи.
Лекция 2 Собственные числа и векторы. Степенной метод. Максимальное по модулю собственное значение.	Собственные числа и векторы. Поиск коэффициентов характеристического уравнения. Степенной метод. Максимальное по модулю собственное значение. Метод скалярных произведений. Максимальное по модулю собственное значение симметрической матрицы. Решение проблемы собственных значений в среде MatLab.

Лекция 3 Основные методы уточнения корней уравнения. Итерационные методы. Метод простой итерации.	Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Основные методы уточнения корней уравнения. Итерационные методы. Метод простой итерации. Метод Зейделя.
Лекция 4 Аппроксимация данных. Метод наименьших квадратов. Сглаживание табличных функций.	Аппроксимация данных. Среднеквадратическая аппроксимация. Методы обработки экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация: алгебраическими; ортогональными многочленами. Сглаживание табличных функций.
Лекция 5 Интерполирование функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционные формулы Ньютона.	Интерполирование функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Конечные разности и их свойства. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов. Уплотнение таблиц функций.
Лекция 6 Численное интегрирование. Квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций.	Численное интегрирование. Квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций. Квадратурные формулы: Ньютона–Котеса; Чебышева; Гаусса.
Лекция 7 Численное решение обыкновен. диф. уравнений для задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутта.	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Сеточная задача. Разностные схемы. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений для задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Метод Рунге-Кутта.
Лекция 8 Решение сеточной задачи ОДУ. Метод прогонки для решения ОДУ.	Решение сеточной задачи (ОДУ). Метод прогонки для решения (ОДУ). Корректность алгоритма прогонки. Программная реализация и примеры расчетов.
Лекция 9 Обратные задачи. Краевая задача для параболического уравнения. Краевая задача для эллиптического уравнения.	Обратные задачи математической физики. Краевые задачи. Стационарные и нестационарные задачи математической физики. Корректные задачи для уравнений с частными производными. Краевая задача для параболического уравнения. Краевая задача для эллиптического уравнения.
Лекция 10 Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных.	Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных. Аппроксимация уравнения эллиптического типа. Аппроксимация уравнения гиперболического типа. Аппроксимация уравнения параболического типа.
Лекция 11 Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток.	Решение дифференциального уравнения методом конечных разностей. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости методом конечных разностей.
Лекция 12 Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток.	Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости при помощи тригонометрических рядов.

2 семестр, 2 модуль

Лекция 13 Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем.	Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем. Метод неопределенных коэффициентов для повышения точности аппроксимации разностных схем. Решение задачи Дирихле для уравнения эллиптического типа (Лапласа и Пуассона).
Лекция 14 Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем.	Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем. Примеры разностных схем для задачи Коши. Некоторые основные приемы исследования устойчивости. Спектральный анализ разностной задачи Коши.
Лекция 15 Метод регуляризации А.Н. Тихонова. Вариационный метод.	Методы решения некорректных задач. Метод регуляризации А.Н. Тихонова. Вариационный метод. Сходимость метода регуляризации. Уравнение Эйлера для сглаживающего функционала. Выбор параметра регуляризации.
Лекция 16 Методы на основе вариационных принципов. Метод невязки.	Выбор в классе априорных ограничений на решение. Методы на основе вариационных принципов. Метод невязки. Итерационные методы решения некорректных задач. Итерационное решение некорректной задачи.
Лекция 17 Интегральное уравнение. Вычислительная реализация.	Задача продолжения потенциала. Интегральное уравнение. Вычислительная реализация.
Лекция 18 Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Методы дискретизации.	Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Нормировка. Базисы переменных. Граничные и начальные условия. Методы дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных.
Лекция 19 Метод конечных элементов. Аппроксимация базисными функциями.	Метод конечных элементов. Аппроксимация базисными функциями. Понятие конечного элемента. Некоторые типичные базисные функции для конечного элемента.
Лекция 20 Вариационный метод Ритца. Примеры решения уравнения теплопроводности.	Вариационный метод Ритца. Вариационная формулировка задач теории упругости. Примеры решения уравнения теплопроводности. Примеры решения волнового уравнения.
Лекция 21 Проекционный метод Галёркина.	Вариационная постановка краевых задач. Проекционный метод Галёркина.
Лекция 22 Метод граничных элементов.	Метод граничных элементов.
Лекция 23 Экономичные разностные схемы. Метод установления. Анализ явной схемы.	Задачи с двумя пространственными переменными. Понятия о разностных схемах расщепления. Экономичные разностные схемы. Метод установления. Анализ явной схемы установления.
Лекция 24 Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.	Схема переменных направлений. Итерация с переменным шагом. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.

Тематика лабораторных занятий
2 семестр, 1 модуль

Лаб. зан. №1 Собственные числа и векторы. Поиск коэффициентов характеристического уравнения. Основные методы уточнения корней уравнения. Метод простой итерации.	Собственные числа и векторы. Поиск коэффициентов характеристического уравнения. Метод скалярных произведений. Максимальное по модулю собственное значение симметрической матрицы. Решение проблемы собственных значений в среде MatLab. Основные методы уточнения корней уравнения. Метод простой итерации. Метод Зейделя.
Лаб. зан. №2 Аппроксимация данных. Метод наименьших квадратов. Сглаживание табличных функций.	Аппроксимация данных. Среднеквадратическая аппроксимация. Методы обработки экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация: алгебраическими; ортогональными многочленами. Сглаживание табличных функций.
Лаб. зан. №3 Численное интегрирование. Квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций.	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Сеточная задача. Разностные схемы. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений для задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Метод Рунге-Кутта.
Лаб. зан. №4 Решение сеточной задачи ОДУ. Метод прогонки для решения ОДУ.	Решение сеточной задачи (ОДУ). Метод прогонки для решения (ОДУ). Корректность алгоритма прогонки. Программная реализация и примеры расчетов.
Лаб. зан. №5 Обратные задачи. Краевая задача для параболического уравнения. Краевая задача для эллиптического уравнения.	Обратные задачи математической физики. Краевые задачи. Стационарные и нестационарные задачи математической физики. Корректные задачи для уравнений с частными производными. Краевая задача для параболического уравнения. Краевая задача для эллиптического уравнения.
Лаб. зан. №6 Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных.	Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных. Аппроксимация уравнения эллиптического типа. Аппроксимация уравнения гиперболического типа. Аппроксимация уравнения параболического типа.
Лаб. зан. №7 Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток.	Решение дифференциального уравнения методом конечных разностей. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости методом конечных разностей.
Лаб. зан. №8 Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток.	Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости при помощи тригонометрических рядов.

2 семестр, 2 модуль

Лаб. зан. №9 Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем.	Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем. Примеры разностных схем для задачи Коши. Некоторые основные приемы исследования устойчивости. Спектральный анализ разностной задачи Коши.

Лаб. зан. №10 Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Методы дискретизации.	Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Нормировка. Базисы переменных. Граничные и начальные условия. Методы дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных.
Лаб. зан. №11 Интегральное уравнение. Граничные и начальные условия. Методы дискретизации уравнений в частных производных.	Задача продолжения потенциала. Интегральное уравнение. Вычислительная реализация. Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Нормировка. Базисы переменных. Граничные и начальные условия. Методы дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных.
Лаб. зан. №12 Метод конечных элементов. Вариационный метод Ритца. Примеры решения волнового уравнения.	Метод конечных элементов. Аппроксимация базисными функциями. Некоторые базисные функции для конечного элемента. Вариационный метод Ритца. Примеры решения уравнения теплопроводности и волнового уравнения.
Лаб. зан. №13 Проекционный метод Галёркина.	Вариационная постановка краевых задач. Проекционный метод Галёркина. Метод граничных элементов.
Лаб. зан. №14 Метод граничных элементов.	Метод граничных элементов.
Лаб. зан. №15 Экономичные разностные схемы. Метод установления. Анализ явной схемы.	Задачи с двумя пространственными переменными. Понятия о разностных схемах расщепления. Экономичные разностные схемы. Метод установления. Анализ явной схемы установления.
Лаб. зан. №16 Итерация с переменным шагом. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.	Схема переменных направлений. Итерация с переменным шагом. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.

Распределение баллов по модулям и видам учебных занятий

Текущий контроль	Баллы							
	Лк		Лб		СРС		Всего	
	min	max	min	max	min	max	min	max
I	6	10	4	8	8	12	18	30
II	6	10	4	8	8	12	18	30
Итоговый контроль - экзамен	13	20	12	20			25	40
Всего	25	40	20	36	16	24	61	100

Оценки в кредитной технологии обучения

Оценка по буквенной системе (по 10-балльный)	% ное содержание (баллы)	Цифровой эквивалент баллов	Оценка балльной системе
A	87 - 100	4,0	отлично
B	80 – 86	3,33	хорошо
C	74 – 79	3	
D	68 – 73	2,33	удовлетворительно
E	61-67	2	«посредственно» - результат отвечает минимальным требованиям
FX	41-60	1,0	«неудовлетворительно» - для получения экзамена необходимо сдать минимум
F	0-40	0	«неудовлетворительно» - необходимо пересдать весь пройденный материал

Перечень тем для самостоятельной работы студентов

№ темы	**Содержание разделов и тем дисциплины**	Кол-во часов
1	**1 модуль** Введение. Погрешности: модели, метода и вычислений. Абсолютная и относительная погрешности. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки для систем с трехдиагональной матрицей коэффициентов.	4
2	Собственные числа и векторы. Поиск коэффициентов характеристического уравнения. Степенной метод. Максимальное по модулю собственное значение. Метод скалярных произведений. Максимальное по модулю собственное значение симметрической матрицы. Решение проблемы собственных значений в среде MatLab.	4
3	Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Основные методы уточнения корней уравнения. Итерационные методы. Метод простой итерации. Метод Зейделя.	4
4	Аппроксимация данных. Среднеквадратическая аппроксимация. Методы обработки экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация: алгебраическими; ортогональными многочленами. Сглаживание табличных функций.	4

5	Интерполирование функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Конечные разности и их свойства. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов. Уплотнение таблиц функций.	4
6	Численное интегрирование. Квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций. Квадратурные формулы: Ньютона–Котеса; Чебышева; Гаусса.	4
7	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Сеточная задача. Разностные схемы. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений для задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Метод Рунге-Кутта.	4
8	Решение сеточной задачи (ОДУ). Метод прогонки для решения (ОДУ). Корректность алгоритма прогонки. Программная реализация и примеры расчетов.	5
9	Обратные задачи математической физики. Краевые задачи. Стационарные и нестационарные задачи математической физики. Корректные задачи для уравнений с частными производными. Краевая задача для параболического уравнения. Краевая задача для эллиптического уравнения.	4
10	Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных. Аппроксимация уравнения эллиптического типа. Аппроксимация уравнения гиперболического типа. Аппроксимация уравнения параболического типа.	5
11	Решение дифференциального уравнения методом конечных разностей. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости методом конечных разностей.	4
12	Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости при помощи тригонометрических рядов.	5
	Всего	**51**
13	Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем. Метод неопределенных коэффициентов для повышения точности аппроксимации разностных схем. Решение задачи Дирихле для уравнения эллиптического типа (Лапласа и Пуассона).	4
14	Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем. Примеры разностных схем для задачи Коши. Некоторые основные приемы исследования устойчивости. Спектральный анализ разностной задачи Коши.	4
15	Методы решения некорректных задач. Метод регуляризации А.Н. Тихонова. Вариационный метод. Сходимость метода регуляризации. Уравнение Эйлера для сглаживающего функционала. Выбор параметра регуляризации.	4
16	Выбор в классе априорных ограничений на решение. Методы на основе вариационных принципов. Метод невязки. Итерационные методы решения некорректных задач. Итерационное решение некорректной задачи.	4

17	Задача продолжения потенциала. Интегральное уравнение. Вычислительная реализация.	4
18	Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Нормировка. Базисы переменных. Граничные и начальные условия. Методы дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных.	4
19	Метод конечных элементов. Аппроксимация базисными функциями. Понятие конечного элемента. Некоторые типичные базисные функции для конечного элемента.	4
20	Вариационный метод Ритца. Вариационная формулировка задач теории упругости. Примеры решения уравнения теплопроводности. Примеры решения волнового уравнения.	5
21	Вариационная постановка краевых задач. Проекционный метод Галёркина.	4
22	Метод граничных элементов.	5
23	Задачи с двумя пространственными переменными. Понятия о разностных схемах расщепления. Экономичные разностные схемы. Метод установления. Анализ явной схемы установления.	4
24	Схема переменных направлений. Итерация с переменным шагом. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.	5
	Всего	**51**
	Итого за 2 семестр	**102**

Перечень контрольных вопросов теоретического курса
«Численные методы решения задач математической физики»
1 модуль

1. Этапы построения математической модели. Математические модели систем и явлений.
2. Необходимость численных методов для решения задач математической физики.
3. Погрешности: модели; метода; вычислений. Абсолютная и относительная погрешности.
4. Особенности метода прогонки для систем с трехдиагональной матрицей коэффициентов.
5. Собственные значения и векторы. Поиск коэффициентов характеристического уравнения. Метод скалярных произведений.
6. Задачи численного решения алгебраических и трансцендентных уравнений. Основные методы уточнения корней уравнения. Метод простой итерации. Метод Зейделя.
7. Аппроксимация данных. Среднеквадратическая аппроксимация.
8. Методы обработки экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов.
9. Аппроксимация: алгебраическими; ортогональными многочленами. Сглаживание табличных функций.
10. Интерполирование функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
11. Конечные разности и их свойства. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов. Уплотнение таблиц функций.
12. Численное интегрирование. Квадратурные формулы.
13. Формула прямоугольников. Формула трапеций.
14. Квадратурные формулы: Ньютона–Котеса; Чебышева.
15. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).
16. Сеточная задача. Разностные схемы.

17. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений для задачи Коши.
18. Метод Эйлера. Схема Эйлера-Коши. Метод Рунге-Кутта.
19. Решение сеточной задачи (ОДУ). Метод прогонки для решения (ОДУ). Корректность алгоритма прогонки. Программная реализация и примеры расчетов.
20. Обратные задачи математической физики. Краевые задачи.
21. Стационарные и нестационарные задачи математической физики. Корректные задачи для уравнений с частными производными.
22. Краевая задача для параболического уравнения.
23. Краевая задача для эллиптического уравнения.
24. Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных.
25. Аппроксимация уравнения эллиптического типа.
26. Аппроксимация уравнения гиперболического типа.
27. Аппроксимация уравнения параболического типа.
28. Решение дифференциального уравнения методом конечных разностей.
29. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости методом конечных разностей.
30. Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости при помощи тригонометрических рядов.

2 модуль

1. Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем.
2. Метод неопределенных коэффициентов для повышения точности аппроксимации разностных схем.
3. Решение задачи Дирихле для уравнения эллиптического типа (Лапласа и Пуассона).
4. Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем.
5. Примеры разностных схем для задачи Коши. Некоторые основные приемы исследования устойчивости.
6. Спектральный анализ разностной задачи Коши.
7. Методы решения некорректных задач. Метод регуляризации А.Н. Тихонова.
8. Вариационный метод. Сходимость метода регуляризации.
9. Уравнение Эйлера для сглаживающего функционала. Выбор параметра регуляризации.
10. Методы на основе вариационных принципов. Метод невязки.
11. Итерационные методы решения некорректных задач.
12. Задача продолжения потенциала.
13. Интегральное уравнение. Вычислительная реализация.
14. Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Нормировка.
15. Базисы переменных. Граничные и начальные условия.
16. Методы дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных.
17. Метод конечных элементов. Аппроксимация базисными функциями.
18. Понятие конечного элемента. Некоторые типичные базисные функции для конечного элемента.
19. Вариационный метод Ритца. Вариационная формулировка задач теории упругости.
20. Примеры решения уравнения теплопроводности.
21. Примеры решения волнового уравнения.
22. Вариационная постановка краевых задач. Проекционный метод Галёркина.
23. Метод граничных элементов.
24. Задачи с двумя пространственными переменными.
25. Понятия о разностных схемах расщепления. Экономичные разностные схемы.
26. Метод установления. Анализ явной схемы установления.
27. Схема переменных направлений. Итерация с переменным шагом.
28. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.

Литература

Основная:

1. Гулевич Д.Р., Залипаев В.В. Численные методы в физике и технике. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2020. – 211 с.
2. Маковкин Г.А., Лихачева С.Ю. Применение МКЭ к решению задач механики деформируемого твердого тела. Учебное пособие. Часть 1. Н.-Новгород: Изд-во ННГАСУ, 2012. 71 с.
3. Ковеня В.М., Чирков Д.В. Методы конечных разностей и конечных объемов для решения задач математической физики. Уч. пос. Новосибирск, 2013, 86 с.
4. Бакушев С.В. Численные методы механики деформируемого твёрдого тела: учеб. пособие / С.В. Бакушев. – Пенза: ПГУАС, 2015. – 268 с.
5. Тынкевич, М.А. Введение в численный анализ: учеб. пособие / М. А. Тынкевич, А. Г. Пимонов; КузГТУ. – Кемерово, 2017. – 176 с.
6. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Яненко Н.Н., 1967, 197 с.
7. Маковкин Г.А., Лихачева С.Ю. Применение МКЭ к решению задач механики деформируемого твердого тела. Учебное пособие. Часть 1. Н.Новгород: Изд-во ННГАСУ, 2012. 71 с.

Дополнительная:

1. Королев А.Л. Компьютерное моделирование. Лабораторный практикум. – Челябинск, 2019. – 170 с.
2. Приклонский В.И. Численные методы в физике. Физфак. МГУ им. М.В. Ломоносова, конспект подготовлен студентами, не проходил проф. редактуру и может содержать ошибки. следите за обновлениями на vk.com/teachinmsu. Благодарим за подготовку конспекта студентку физического факультета МГУ Ульянову Ливию-Николь.
3. Журов Г.Н. Математические методы в инженерии. Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Методические указания к лабораторным работам. / СПбГУ. Сост.: Г.Н. Журов, СПб, 2016, 62 с.
4. Масловская А.Г. Численные методы и математическое моделирование. УМК: – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2007 – 88с.
5. Численное решение уравнений математической физики в интегрированной среде Mathcad [Э. ресурс]: сост. Н.А. Михайлова. – Волгоград: ВолгГАСУ, 2012. – 38 с.
6. Куканов Н. И. Численные методы решения задач математической физики. В 2 ч. Ч. 1: методические указания / сост. Н. И. Куканов. – Ульяновск: УлГТУ, 2011. – 23 с.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗКОЙ РЕСПУБЛИКИ

КЫРГЫЗСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. И. РАЗЗАКОВА

«Утвержден»
на заседании Методического Совета
КГТУ им. И. Раззакова
____

Председатель______________________

«___»______________________**202_ г.**

СИЛЛАБУС

по дисциплине «**Численные методы решения задач математической физики**»
для магистрантов по направлению **“Математическое моделирование**”
профилю/программе **“Прикладная математика и информатика“**

Всего	5 кредита
Курс	1
Семестр	2
Лекций	32 часа
Лабораторных занятий	16 часов
Количество рубежных контролей (РК)	2
СРС	102 часа
Экзамен	2 сем.
Всего аудиторных часов	48
Всего внеаудиторных часов	102 часа

Бишкек - 2022 г.

Радел 1. Пояснительная записка

Дисциплина по ГОС ВПО КР «Численные методы решения задач математической физики» является дисциплиной базовой части профессионального цикла.

Дисциплина находится в логической и содержательно-методической взаимосвязи и требует знаний умений, навыков, формируемых в результате изучения дисциплин бакалаврской подготовки – «Высшей математики», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Уравнения математической физики» и др. и необходима как предшествующая, в частности научно-исследовательской практики, НИР.

Цель курса:

- владение магистрантами теорией разнообразных численных методов решения задач математической физики и умения применять численные методы на практике при решении практических задач приводящие к уравнениям математической физики. По заданной задаче магистрант должен выбрать нужный численный метод, разработать алгоритм решения соответствующему методу, написать программу или воспользоваться пакетом прикладных программ, получить опыт решения задач математической физики разного уровня.

Задачи дисциплины:

знать: - основные понятия, идеи, методы, законы, математические модели численных методов;

- основные принципы построения дискретных математических моделей; новые численные методы решения прикладных задач;

уметь: – видеть закономерности в теории численных методов;

– систематизировать численные методы для исследования математических моделей в элементарных и сложных прикладных задачах;

– строить математические модели в рамках численных методов;

– подбирать численные методы для решения классических задач математики, механики, физики;

- сформулировать решаемую задачу;

- выбрать метод её решения и обосновать его применимость в данном случае;

- грамотно пользоваться научной терминологией;

- обосновывать правильность математических выкладок;

– решать типичные задачи механики сплошных сред с использованием численных методов.

владеть: – основными численными методами;

- навыками определения общих форм и закономерностей теории численных методов;

- основами численных методов;

- основными методами численного моделирования при постановке задач математической физики, теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, теории сопротивления материалов;

- навыками анализа полученных результатов и их обоснования;

- фундаментальными знаниями в области математического моделирования, ведущие к соответствующим численным методам решения;

- навыками самостоятельной научно-исследовательской деятельности, требующей широкого образования в соответствующем направлении;

- способностью использовать полученные знания в профессиональной деятельности.

Компетенции:

1. Выпускник должен обладать следующими общекультурными компетенциями (ОК):

ОПК-2 Готовность использовать фундаментальные знания в области теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, в будущей профессиональной деятельности;

способностью владения навыками работы с компьютером как средством управления информацией (ОК-11);

способностью использовать в научной и познавательной деятельности, а также в социальной сфере профессиональные навыки работы с информационными и компьютерными технологиями (ОК-14);

способностью работы с информацией из различных источников, включая сетевые ресурсы сети интернет, для решения профессиональных и социальных задач (ОК-15);

2. Выпускник должен обладать профессиональными компетенциями (ПК):

научная и научно-исследовательская деятельность:

способностью демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ПК-1);

способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики и механики, приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ПК-2);

способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат (ПК-3);

способностью в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности (ПК-4);

проектная и производственно-технологическая деятельность:

способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников (ПК-6);

способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам (ПК-7);

способностью решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования (ПК-9);

способностью применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки базы данных, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ, сетевые технологии (ПК-10);

Пререквизиты. Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении дисциплин: «Математический анализ», «Комплексный и функциональный анализ», «Высшая алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальная геометрия и топология», «Дискретная математика», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Численные методы», «Уравнения математической физики».

Постреквизиты. Полученные при изучении данной дисциплины знания, умения и навыки будут использоваться при изучении дисциплин: «Математические моделирования», «Дискретные математические моделирования», «Имитационное моделирование процессов»; проведении производственной практики; подготовке и выполнении магистерской диссертации.

Структура дисциплины «Численные методы решения задач математической физики»

Таблица 2.1.

№	Темы лекций и содержание лабораторных занятий	лк	лб	Всего
1	2	3	4	5
	2 семестр, 1 модуль			
1	Введение. Погрешности: модели, метода и вычислений. Абсолютная и относительная погрешности. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки для систем с трехдиагональной матрицей коэффициентов.	1		4
2	Собственные числа и векторы. Поиск коэффициентов характеристического уравнения. Степенной метод. Максимальное по модулю собственное значение. Метод скалярных произведений. Максимальное по модулю собственное значение симметрической матрицы. Решение проблемы собственных значений в среде MatLab.	1	1	4
3	Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Основные методы уточнения корней уравнения. Итерационные методы. Метод простой итерации. Метод Зейделя.	1		4
4	Аппроксимация данных. Среднеквадратическая аппроксимация. Методы обработки экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация: алгебраическими; ортогональными многочленами. Сглаживание табличных функций.	1	1	4
5	Интерполирование функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Конечные разности и их свойства. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов. Уплотнение таблиц функций.	2		4
6	Численное интегрирование. Квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций. Квадратурные формулы: Ньютона–Котеса; Чебышева; Гаусса.	1	1	4
7	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Сеточная задача. Разностные схемы. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений для задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Метод Рунге-Кутта.	2		4
8	Решение сеточной задачи (ОДУ). Метод прогонки для решения (ОДУ). Корректность алгоритма прогонки. Программная реализация и примеры расчетов.	1	1	5
9	Обратные задачи математической физики. Краевые	1	1	4

	задачи. Стационарные и нестационарные задачи математической физики. Корректные задачи для уравнений с частными производными. Краевая задача для параболического уравнения. Краевая задача для эллиптического уравнения.			
10	Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных. Аппроксимация уравнения эллиптического типа. Аппроксимация уравнения гиперболического типа. Аппроксимация уравнения параболического типа.	2	1	5
11	Решение дифференциального уравнения методом конечных разностей. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости методом конечных разностей.	1	1	4
12	Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости при помощи тригонометрических рядов.	2	1	5
	Итого часов по 1 модулю	**16**	**8**	**51**

2 семестр, 2 модуль

1	2	3	4	5
13	Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем. Метод неопределенных коэффициентов для повышения точности аппроксимации разностных схем. Решение задачи Дирихле для уравнения эллиптического типа (Лапласа и Пуассона).	1		4
14	Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем. Примеры разностных схем для задачи Коши. Некоторые основные приемы исследования устойчивости. Спектральный анализ разностной задачи Коши.	1	1	4
15	Методы решения некорректных задач. Метод регуляризации А.Н. Тихонова. Вариационный метод. Сходимость метода регуляризации. Уравнение Эйлера для сглаживающего функционала. Выбор параметра регуляризации.	1		4
16	Выбор в классе априорных ограничений на решение. Методы на основе вариационных принципов. Метод невязки. Итерационные методы решения некорректных задач. Итерационное решение некорректной задачи.	2	1	4
17	Задача продолжения потенциала. Интегральное уравнение. Вычислительная реализация.	1		4

18	Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Нормировка. Базисы переменных. Граничные и начальные условия. Методы дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных.	1	1	4
19	Метод конечных элементов. Аппроксимация базисными функциями. Понятие конечного элемента. Некоторые типичные базисные функции для конечного элемента.	1	1	4
20	Вариационный метод Ритца. Вариационная формулировка задач теории упругости. Примеры решения уравнения теплопроводности. Примеры решения волнового уравнения.	2		5
21	Вариационная постановка краевых задач. Проекционный метод Галёркина.	1	1	4
22	Метод граничных элементов.	1	1	5
23	Задачи с двумя пространственными переменными. Понятия о разностных схемах расщепления. Экономичные разностные схемы. Метод установления. Анализ явной схемы установления.	2	1	4
24	Схема переменных направлений. Итерация с переменным шагом. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.	2	1	5
	Итого часов по 2 модулю	**16**	**8**	**51**
	Итого часов за 2 семестр	**32**	**16**	**102**

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В структурном отношении содержание программы дисциплины представлена следующими темами.

Тематический план лекционных занятий

2 семестр, 1 модуль

Таблица 2.2.

№ п/п	**Темы лекций**	**Колич. часов в ауд.**
1	Тема №1. Введение. Погрешности: модели, метода и вычислений. Абсолютная и относительная погрешности. Метод прогонки для систем с трехдиагональной матрицей коэффициентов.	1
2	Тема №2. Собственные числа и векторы. Степенной метод. Максимальное по модулю собственное значение.	1
3	Тема №3. Основные методы уточнения корней уравнения. Итерационные методы. Метод простой итерации.	1
4	Тема №4. Аппроксимация данных. Метод наименьших квадратов. Сглаживание табличных функций.	1

5	Тема №5. Интерполирование функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционные формулы Ньютона.	2
6	Тема №6. Численное интегрирование. Квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций.	1
7	Тема №7. Численное решение обыкновен. диф. уравнений для задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутта.	2
8	Тема №8. Решение сеточной задачи обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Метод прогонки для решения ОДУ.	1
9	Тема №9. Обратные задачи. Краевая задача для параболического уравнения. Краевая задача для эллиптического уравнения.	1
10	Тема №10. Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных.	2
11	Тема №11. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток.	1
12	Тема №12. Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток.	2

2 семестр, 2 модуль

№ п/п	Темы лекций	Колич. часов в ауд.
13	Тема №13. Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем.	1
14	Тема №14. Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем.	1
15	Тема №15. Метод регуляризации А.Н. Тихонова. Вариационный метод.	1
16	Тема №16. Методы на основе вариационных принципов. Метод невязки.	2
17	Тема №17. Интегральное уравнение. Вычислительная реализация.	1
18	Тема №18. Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Методы дискретизации.	1
19	Тема №19. Метод конечных элементов. Аппроксимация базисными функциями.	1
20	Тема №20. Вариационный метод Ритца. Примеры решения уравнения теплопроводности.	2
21	Тема №21. Проекционный метод Галёркина.	1
22	Тема №22. Метод граничных элементов.	1
23	Тема №23. Экономичные разностные схемы. Метод установления. Анализ явной схемы.	2
24	Тема №24. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.	2
	Итого часов за 2 семестр	**32**

Лабораторные занятия

Тематика лабораторных занятий (в часах), целью которой является обучение магистрантов навыкам решения практических задач, способствующих приобретению соответствующих знаний, умений, навыков.

В результате выполнения лабораторного практикума студенты должны уметь:

- выбрать объект исследования в примерах, соответствующих профилю специальности технического вуза, формулировать физической постановки задачи;

- создать математический модель, выбрать и применять численный метод решения задачи;
- построить алгоритмы решения, составить программы или пользоваться средствами информационной технологии и реализовать на компьютере;
- получить и обработать результаты величин, выявить физические их сущности.

Тематический план лабораторных занятий

2 семестр, 1 модуль

Таблица 2.3.

№ п/п	Темы лабораторных занятий	Колич. часов в ауд.
1	**Лаб. зан. №1.** Собственные числа и векторы. Поиск коэффициентов характеристического уравнения. Основные методы уточнения корней уравнения. Метод простой итерации.	1
2	**Лаб. зан. №2.** Аппроксимация данных. Метод наименьших квадратов. Сглаживание табличных функций.	1
3	**Лаб. зан. №3.** Численное интегрирование. Квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций.	1
4	**Лаб. зан. №4.** Решение сеточной задачи ОДУ. Метод прогонки для решения ОДУ.	1
5	**Лаб. зан. №5.** Обратные задачи. Краевая задача для параболического уравнения. Краевая задача для эллиптического уравнения.	1
6	**Лаб. зан. №6.** Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных.	1
7	**Лаб. зан. №7.** Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток.	1
8	**Лаб. зан. №8.** Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток.	1

2 семестр, 2 модуль

№ п/п	Темы лабораторных занятий	Колич. часов в ауд.
9	**Лаб. зан. №9.** Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем.	1
10	**Лаб. зан. №10.** Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Методы дискретизации.	1
11	**Лаб. зан. №11.** Интегральное уравнение. Граничные и начальные условия. Методы дискретизации уравнений в частных производных.	1
12	**Лаб. зан. №12.** Метод конечных элементов. Вариационный метод Ритца. Примеры решения волнового уравнения.	1
13	**Лаб. зан. №13.** Проекционный метод Галёркина.	1
14	**Лаб. зан. №14.** Метод граничных элементов.	1
15	**Лаб. зан. №15.** Экономичные разностные схемы. Метод установления. Анализ явной схемы.	1
16	**Лаб. зан. №16.** Итерация с переменным шагом. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.	1
	Итого часов за 2 семестр	**16**

Самостоятельная работа

Самостоятельное изучение тем учебной дисциплины способствует закреплению знаний, умений и навыков, полученных в ходе аудиторных занятий, углублению и расширению знаний по отдельным вопросам и темам дисциплины.

Самостоятельная работа обучающихся по данному курсу заключается:

- при подготовке к лекциям и практическим занятиям в изучении и доработке конспекта лекции с применением учебно-методической литературы, подборе дополнительных примеров к теоретическим положениям курса по данной теме;
- при подготовке к лабораторным работам в разработке, отладке и выполнении программы своего варианта задания по данной теме;
- при самостоятельном изучении отдельных вопросов и тем курса с применением рекомендуемой учебно-методической литературы;
- при подготовке к экзамену в изучении, осмыслении и повторении пройденного теоретического материала и выполненных практических заданий с применением конспекта лекций и учебно-методической литературы.

Перечень тем для самостоятельной работы студентов

№ темы	**Содержание разделов и тем дисциплины**	Кол-во часов
	1 модуль	
1	Введение. Погрешности: модели, метода и вычислений. Абсолютная и относительная погрешности. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки для систем с трехдиагональной матрицей коэффициентов.	4
2	Собственные числа и векторы. Поиск коэффициентов характеристического уравнения. Степенной метод. Максимальное по модулю собственное значение. Метод скалярных произведений. Максимальное по модулю собственное значение симметрической матрицы. Решение проблемы собственных значений в среде MatLab.	4
3	Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Основные методы уточнения корней уравнения. Итерационные методы. Метод простой итерации. Метод Зейделя.	4
4	Аппроксимация данных. Среднеквадратическая аппроксимация. Методы обработки экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация: алгебраическими; ортогональными многочленами. Сглаживание табличных функций.	4
5	Интерполирование функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Конечные разности и их свойства. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов. Уплотнение таблиц функций.	4
6	Численное интегрирование. Квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций. Квадратурные формулы: Ньютона–Котеса; Чебышева; Гаусса.	4
7	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Сеточная задача. Разностные схемы. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений для задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Метод Рунге-Кутта.	4

8	Решение сеточной задачи (ОДУ). Метод прогонки для решения (ОДУ). Корректность алгоритма прогонки. Программная реализация и примеры расчетов.	5
9	Обратные задачи математической физики. Краевые задачи. Стационарные и нестационарные задачи математической физики. Корректные задачи для уравнений с частными производными. Краевая задача для параболического уравнения. Краевая задача для эллиптического уравнения.	4
10	Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных. Аппроксимация уравнения эллиптического типа. Аппроксимация уравнения гиперболического типа. Аппроксимация уравнения параболического типа.	5
11	Решение дифференциального уравнения методом конечных разностей. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости методом конечных разностей.	4
12	Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости при помощи тригонометрических рядов.	5
	Всего	**51**
13	Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем. Метод неопределенных коэффициентов для повышения точности аппроксимации разностных схем. Решение задачи Дирихле для уравнения эллиптического типа (Лапласа и Пуассона).	4
14	Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем. Примеры разностных схем для задачи Коши. Некоторые основные приемы исследования устойчивости. Спектральный анализ разностной задачи Коши.	4
15	Методы решения некорректных задач. Метод регуляризации А.Н. Тихонова. Вариационный метод. Сходимость метода регуляризации. Уравнение Эйлера для сглаживающего функционала. Выбор параметра регуляризации.	4
16	Выбор в классе априорных ограничений на решение. Методы на основе вариационных принципов. Метод невязки. Итерационные методы решения некорректных задач. Итерационное решение некорректной задачи.	4
17	Задача продолжения потенциала. Интегральное уравнение. Вычислительная реализация.	4
18	Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Нормировка. Базисы переменных. Граничные и начальные условия. Методы дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных.	4
19	Метод конечных элементов. Аппроксимация базисными функциями. Понятие конечного элемента. Некоторые типичные базисные функции для конечного элемента.	4

20	Вариационный метод Ритца. Вариационная формулировка задач теории упругости. Примеры решения уравнения теплопроводности. Примеры решения волнового уравнения.	5
21	Вариационная постановка краевых задач. Проекционный метод Галёркина.	4
22	Метод граничных элементов.	5
23	Задачи с двумя пространственными переменными. Понятия о разностных схемах расщепления. Экономичные разностные схемы. Метод установления. Анализ явной схемы установления.	4
24	Схема переменных направлений. Итерация с переменным шагом. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.	5
	Всего	**51**
	Итого за 2 семестр	**102**

Распределение баллов по модулям и видам учебных занятий

Текущий контроль	Баллы							
	Лк		Лб		СРС		Всего	
	min	max	min	max	min	max	min	max
I	6	10	4	8	8	12	18	30
II	6	10	4	8	8	12	18	30
Итоговый контроль - экзамен	13	20	12	20			25	40
Всего	25	40	20	36	16	24	61	100

Оценки в кредитной технологии обучения

Оценка по буквенной системе (по 10-балльный)	% ное содержание (баллы)	Цифровой эквивалент баллов	Оценка балльной системе
A	87 - 100	4,0	отлично

B	80 – 86	3,33	хорошо
C	74 – 79	3	
D	68 – 73	2,33	удовлетворительно
E	61-67	2	«посредственно» - результат отвечает минимальным требованиям
FX	41-60	1,0	«неудовлетворительно» - для получения экзамена необходимо сдать минимум
F	0-40	0	«неудовлетворительно» - необходимо пересдать весь пройденный материал

Перечень контрольных вопросов теоретического курса
«Численные методы решения задач математической физики»
1 модуль

1. Этапы построения математической модели. Математические модели систем и явлений.
2. Необходимость численных методов для решения задач математической физики.
3. Погрешности: модели; метода; вычислений. Абсолютная и относительная погрешности.
4. Особенности метода прогонки для систем с трехдиагональной матрицей коэффициентов.
5. Собственные значения и векторы. Поиск коэффициентов характеристического уравнения. Метод скалярных произведений.
6. Задачи численного решения алгебраических и трансцендентных уравнений. Основные методы уточнения корней уравнения. Метод простой итерации. Метод Зейделя.
7. Аппроксимация данных. Среднеквадратическая аппроксимация.
8. Методы обработки экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов.
9. Аппроксимация: алгебраическими; ортогональными многочленами. Сглаживание табличных функций.
10. Интерполирование функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
11. Конечные разности и их свойства. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов. Уплотнение таблиц функций.
12. Численное интегрирование. Квадратурные формулы.
13. Формула прямоугольников. Формула трапеций.
14. Квадратурные формулы: Ньютона–Котеса; Чебышева.
15. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).
16. Сеточная задача. Разностные схемы.
17. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений для задачи Коши.
18. Метод Эйлера. Схема Эйлера-Коши. Метод Рунге-Кутта.
19. Решение сеточной задачи (ОДУ). Метод прогонки для решения (ОДУ). Корректность алгоритма прогонки. Программная реализация и примеры расчетов.
20. Обратные задачи математической физики. Краевые задачи.
21. Стационарные и нестационарные задачи математической физики. Корректные задачи для уравнений с частными производными.
22. Краевая задача для параболического уравнения.
23. Краевая задача для эллиптического уравнения.
24. Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных.

25. Аппроксимация уравнения эллиптического типа.
26. Аппроксимация уравнения гиперболического типа.
27. Аппроксимация уравнения параболического типа.
28. Решение дифференциального уравнения методом конечных разностей.
29. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости методом конечных разностей.
30. Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток. Решение плоской задачи теории упругости при помощи тригонометрических рядов.

2 модуль

1. Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем.
2. Метод неопределенных коэффициентов для повышения точности аппроксимации разностных схем.
3. Решение задачи Дирихле для уравнения эллиптического типа (Лапласа и Пуассона).
4. Примеры конструировании граничных условий при построении разностных схем.
5. Примеры разностных схем для задачи Коши. Некоторые основные приемы исследования устойчивости.
6. Спектральный анализ разностной задачи Коши.
7. Методы решения некорректных задач. Метод регуляризации А.Н. Тихонова.
8. Вариационный метод. Сходимость метода регуляризации.
9. Уравнение Эйлера для сглаживающего функционала. Выбор параметра регуляризации.
10. Методы на основе вариационных принципов. Метод невязки.
11. Итерационные методы решения некорректных задач.
12. Задача продолжения потенциала.
13. Интегральное уравнение. Вычислительная реализация.
14. Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Нормировка.
15. Базисы переменных. Граничные и начальные условия.
16. Методы дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных.
17. Метод конечных элементов. Аппроксимация базисными функциями.
18. Понятие конечного элемента. Некоторые типичные базисные функции для конечного элемента.
19. Вариационный метод Ритца. Вариационная формулировка задач теории упругости.
20. Примеры решения уравнения теплопроводности.
21. Примеры решения волнового уравнения.
22. Вариационная постановка краевых задач. Проекционный метод Галёркина.
23. Метод граничных элементов.
24. Задачи с двумя пространственными переменными.
25. Понятия о разностных схемах расщепления. Экономичные разностные схемы.
26. Метод установления. Анализ явной схемы установления.
27. Схема переменных направлений. Итерация с переменным шагом.
28. Метод дробных шагов. Схема Дугласа-Рекфорда.

Литература

Основная:

1. Гулевич Д.Р., Залипаев В.В. Численные методы в физике и технике. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2020. – 211 с.
2. Маковкин Г.А., Лихачева С.Ю. Применение МКЭ к решению задач механики деформируемого твердого тела. Учебное пособие. Часть 1. Н.-Новгород: Изд-во ННГАСУ, 2012. 71 с.

3. Ковеня В.М., Чирков Д.В. Методы конечных разностей и конечных объемов для решения задач математической физики. Уч. пос. Новосибирск, 2013, 86 с.
4. Бакушев С.В. Численные методы механики деформируемого твёрдого тела: учеб. пособие / С.В. Бакушев. – Пенза: ПГУАС, 2015. – 268 с.
5. Тынкевич, М.А. Введение в численный анализ: учеб. пособие / М. А. Тынкевич, А. Г. Пимонов; КузГТУ. – Кемерово, 2017. – 176 с.
6. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Яненко Н.Н., 1967, 197 с.
7. Маковкин Г.А., Лихачева С.Ю. Применение МКЭ к решению задач механики деформируемого твердого тела. Учебное пособие. Часть 1. Н.Новгород: Изд-во ННГАСУ, 2012. 71 с.

Дополнительная:

1. Королев А.Л. Компьютерное моделирование. Лабораторный практикум. – Челябинск, 2019. – 170 с.
2. Приклонский В.И. Численные методы в физике. Физфак. МГУ им. М.В. Ломоносова, конспект подготовлен студентами, не проходил проф. редактуру и может содержать ошибки. следите за обновлениями на vk.com/teachinmsu. Благодарим за подготовку конспекта студентку физического факультета МГУ Ульянову Ливию-Николь.
3. Журов Г.Н. Математические методы в инженерии. Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Методические указания к лабораторным работам. / СПбГУ. Сост.: Г.Н. Журов, СПб, 2016, 62 с.
4. Масловская А.Г. Численные методы и математическое моделирование. УМК: – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2007 – 88с.
5. Численное решение уравнений математической физики в интегрированной среде Mathcad [Э. ресурс]: сост. Н.А. Михайлова. – Волгоград: ВолгГАСУ, 2012. – 38 с.
6. Куканов Н. И. Численные методы решения задач математической физики. В 2 ч. Ч. 1: методические указания / сост. Н. И. Куканов. – Ульяновск: УлГТУ, 2011. – 23 с.

Глоссарий

Адекватность (от лат. *adaequatus* – приравненный, равный) – соответствие модели оригиналу, характеризуемое степенью близости свойств модели свойствам исследуемой системы.
Анализ (от греч. análysis — разложение, расчленение) – процесс определения свойств, присущих системе.

Аналитические методы состоят в построении математической модели в виде математических символов и отношений, при этом требуемые зависимости выводятся из математической модели последовательным применением математических правил.
Аналитико-имитационные методы **-** методы, представляющие собой имитационное моделирование в сочетании с аналитическими методами, позволяющими сократить время моделирования за счет определения значений ряда характеристик на основе аналитических зависимостей по значениям одной или нескольких характеристик, найденных путем статистической обработки результатов имитационного моделирования.

Аппроксимация – это моделирование сложной функции более простой с вычислительной точки зрения функцией.

Вариационное исчисление – это раздел математики, в котором из неизвестных функций, входящих в подынтегральное выражение некоторого интеграла, выбирается такая функция, при которой этот интеграл достигает своего максимального или минимального значения.

Вероятность события есть численная мера степени объективной возможности события.
Дискретные модели, в которых процессы меняют свое состояние скачкообразно в дискретные моменты времени.
Дискретные (прерывные) *случайные величины* – величины, принимающие только отделённые друг от друга значения, которые можно пронумеровать.
Имитационная модель – универсальное средство исследования сложных систем, представляющее собой логико-алгоритмическое описание поведения отдельных элементов системы и правил их взаимодействия, отображающих последовательность событий, возникающих в моделируемой системе.

Интегра́льное уравне́ние — функциональное уравнение, содержащее интегральное преобразование над неизвестной функцией.

Интегро-дифференциальное уравнение - интегральное уравнение содержащее производные от неизвестной функции.

Интерполя́ция, ***интерполи́рование*** — в вычислительной математике нахождение неизвестных промежуточных значений некоторой функции, по имеющемуся дискретному набору её известных значений, определенным способом.

Конечная разность — математический термин, широко применяющийся в методах вычисления при интерполировании и численном дифференцировании.

Корректность алгоритма – свойство алгоритма, заключающееся в способности алгоритма давать правильные результаты при различных исходных данных.

Краевая задача (граничная задача) — задача о нахождении решения заданного дифференциального уравнения (системы дифференциальных уравнений), удовлетворяющего краевым (граничным) условиям в концах интервала или на границе области.

Математические *или* ***абстрактные модели*** **–** модели, представляющие собой формализованное описание системы с помощью абстрактного языка, в частности с помощью математических соотношений, отражающих процесс функционирования системы.

Метод граничных элементов (МГЭ) - это **метод** решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных, появившийся в результате сочетания идей теории потенциала с **методами** современной теории аппроксимации. МГЭ, с точки зрения теории аппроксимации, имеет много общих черт с МКЭ, но отличается от него существенным преимуществом: дискретизация осуществляется, как правило, не внутри области, в которой ищется решение, а на ее границе.

Метод граничных элементов (Метод потенциала, метод граничных интегральных уравнений) — метод решения краевой задачи, в котором благодаря использованию формул Грина, она сводится к интегральному уравнению на границе расчетной области (чаще всего к (обобщенному) интегральному уравнению Фредгольма второго рода).

Метод конечных элементов (МКЭ) – это численный метод решения дифференциальных уравнений с частными производными, а также интегральных уравнений, возникающих при решении задач прикладной физики, в основе которого лежат две главные идеи: дискретизация исследуемого объекта на конечное множество элементов и кусочно-элементная аппроксимация исследуемых функций.

Метод прогонки используется для решения систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей, основывается на предположении, что искомые неизвестные связаны рекуррентным соотношением прямого и обратного вычислительного хода.

Метод сеток или ***метод конечных разностей*** является наиболее распространенным и эффективным методом численного решения для уравнений математической физики. Сущность его состоит в следующем. Область D непрерывного изменения аргументов в исходной задаче заменяется конечным дискретным множеством точек D_n, называемых сеткой. Дифференциальное уравнение в частных производных заменяется конечно-разностным уравнением. Производные искомой функции в выбранных узлах сетки заменяются разделенными разностями. Начальные и граничные условия заменяются разностными начальными и граничными условиями.

Модель – физический или абстрактный объект, адекватно отображающий исследуемую систему.

Невязка — величина ошибки (расхождения) приближённого равенства.

Непрерывные модели, в которых процессы протекают непрерывно во времени.
Непрерывные (аналоговые) случайные величины - величины, которые могут принимать любое значение из некоторого промежутка.
Обратные задачи связаны с отысканием неизвестных *причин* по известным *следствиям.*

Обратные задачи математической физики являются одним из классов некорректных задач, т. е. задач, не удовлетворяющих тем или иным условиям корректности.

Погрешность метода характеризует конкретный численный метод, применяемый к решению задачи. Любой метод приближенного вычисления аппроксимирует точное решение задачи.

Поточечная сходимость последовательности функций на множестве — это вид сходимости, при котором каждой точке данного множества ставится в соответствие предел последовательности значений элементов последовательности в этой же точке.

Предельной функцией данной последовательности или её ***поточечным пределом*** называется функция, определяемая таким образом.

Программные (алгоритмические, компьютерные) модели – программы для ЭВМ, позволяющие наглядно представить исследуемый объект посредством имитации или графического отображения математических зависимостей, описывающих искомый объект.
Проекционные методы подразумевают поиск решения в виде линейной комбинации базисных функций, которая приближенно удовлетворяет уравнениям, граничным и начальным условиям задачи.
Прямые задачи ориентированы по ходу причинно-следственной связи, т. е. представляют собой задачи отыскания *следствия* известных *причин*.

Регуляризация в статистике, машинном обучении, теории обратных задач — метод добавления некоторых дополнительных ограничений к условию с целью решить некорректно поставленную задачу или предотвратить переобучение.

Собственные векторы – это в точности векторы фундаментальной системы решений.
Собственные числа являются корнями характеристического уравнения.
Событие – всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти.
Стохастические модели, функционирование которых описывается случайными величинами.
Стохастическими последовательностями *или* ***случайными цепями*** называются процессы с дискретным временем.
Точность аппроксимации определяется как аппроксимирующим выражением, так и свойствами аппроксимируемого решения.
Точность математической модели определяется степенью правильности принятых гипотез и упрощений, описывающих исследуемый объект.
Численные методы основываются на построении конечной последовательности действий над числами.
Численно-аналитические методы **–** методы, в которых часть результатов получается численно, а остальные – с использованием аналитических зависимостей.

Численное дифференцирование — совокупность методов приближённого вычисления значения производной некоторой функции, заданной таблично или имеющей сложное аналитическое выражение.

Численное интегрирование (историческое название: квадратура) — набор численных методов вычисления значения определённого интеграла.